



**Concursul de Matematică „Traian Lalescu”  
Ediția a XXV-a, 11 mai 2024**

**Barem de corectare**

1. Determinați numărul natural  $x$ , știind că  $x - 7 = 1 + 2 \cdot [3 + (13 - 4) \cdot 5] : 6$ .

**Soluție.**  $1 + 2 \cdot [3 + (13 - 4) \cdot 5] : 6 = 17$ , **(5p)**  $x = 17 + 7 = 24$ . **(5p)**

2. O grădină în formă de dreptunghi are perimetrul egal cu 240 de metri și lungimea de cinci ori mai mare decât lățimea. Aflați aria grădinii.

**Soluție.** Cum suma dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este egală cu 120 m, iar lungimea sa este de cinci ori mai mare decât lățimea, rezultă că lungimea este egală cu 100 m și lățimea este egală cu 20 m. **(5p)** Prin urmare, aria dreptunghiului este egală cu 2000 m<sup>2</sup>. **(5p)**

3. Determinați toate numerele de trei cifre  $\overline{abc}$ , cu proprietatea că  $\overline{abc} + \overline{ab} + a = 423$ .

**Soluție.** Dacă  $a \geq 4$ , atunci  $\overline{abc} + \overline{ab} + a \geq 444 > 423$ , iar dacă  $a \leq 2$ , atunci  $\overline{abc} + \overline{ab} + a \leq 330 < 423$ , deci  $a = 3$ . **(5p)** Pentru  $a = 3$ , relația din enunț devine  $\overline{3bc} + \overline{3b} + 3 = 423$  sau  $11 \cdot b + c = 90$ , de unde rezultă că  $b = 8$  și  $c = 2$ , deci  $\overline{abc} = 382$ . **(5p)**

4. Primele șaisprezece numere naturale nenule sunt distribuite în patru grupe, astfel încât suma numerelor din fiecare grupă să fie aceeași. Aflați suma numerelor dintr-o astfel de grupă și dați un exemplu de distribuție a numerelor 1, 2, 3, ..., 15, 16 în patru grupe, astfel încât suma numerelor din fiecare grupă să fie aceeași.

**Soluție.** Deoarece  $1 + 2 + 3 + \dots + 15 + 16 = 136$ , rezultă că suma numerelor dintr-o grupă este egală cu  $136 : 4 = 34$ . **(5p)** Un exemplu de împărțire a celor șaisprezece numere în patru grupe, astfel încât suma numerelor din fiecare grupă să fie aceeași, este:

$$\{3, 15, 16\}, \{7, 13, 14\}, \{1, 10, 11, 12\}, \{2, 4, 5, 6, 8, 9\}. \text{ (5p)}$$

5. Ana, care se pregătește pentru Olimpiada Națională de Matematică, are de rezolvat 120 de probleme de aritmetică și 90 de probleme de geometrie.

- a) Dacă Ana rezolvă fiecare problemă de aritmetică în 9 minute, fiecare problemă de geometrie în 30 de minute și lucrează câte 3 ore pe zi, aflați în câte zile termină de rezolvat Ana toate problemele.
- b) Dacă, în fiecare zi, Ana ar rezolva câte 6 probleme de aritmetică și câte 4 probleme de geometrie, calculați după câte zile îi vor rămâne de rezolvat tot atâtea probleme de aritmetică cât și de geometrie.

**Soluție. a)** Pentru a rezolva cele 120 de probleme de aritmetică Ana are nevoie de  $120 \cdot 9 : 60 = 18$  ore, iar pentru a rezolva cele 90 de probleme de geometrie are nevoie de  $90 \cdot 30 : 60 = 45$  ore. Deci, Ana termină de rezolvat toate problemele în  $(18 + 45) : 3 = 21$  de zile. **(10p)**

**b)** Dacă după  $x$  zile Anei îi vor rămâne de rezolvat tot atâtea probleme de aritmetică cât și de geometrie, atunci  $120 - 6 \cdot x = 90 - 4 \cdot x$ , de unde obținem  $x = 15$ . **(10p)**

**6.** Pentru că a fost premiant la școală, Mihai a primit, de la părinții săi, o sumă de bani pentru a merge de trei ori în parcul de distracții Neverland. De fiecare dată când a mers în parc, Mihai a plătit taxa de intrare, 20 de lei, apoi a cheltuit jumătate din suma rămasă, iar, la plecare, a mai plătit încă o taxă de 20 de lei pentru că a depășit cele cinci ore cât avea voie să stea în parc, în baza biletului de intrare.

**a)** Stabiliți dacă 300 de lei (ca sumă inițială, primită de la părinți) îi ajung lui Mihai pentru cele trei zile de distracție, conform programului enunțat (justificați răspunsul).

**b)** Aflați ce sumă de bani a primit Mihai de la părinții săi, știind că, după toată distracția, el a rămas cu 2 lei.

**Soluție. a)** Dacă, la început, Mihai are 300 de lei, atunci, după prima zi petrecută în parcul de distracții, el rămâne cu  $300 - (20 + 280 : 2 + 20) = 120$  lei. După a doua zi petrecută în parcul de distracții, el rămâne cu  $120 - (20 + 100 : 2 + 20) = 30$  lei, ceea ce înseamnă că nu îi rămân bani să plătească biletele de intrare și ieșire în a treia zi. Prin urmare, 300 de lei nu îi ajung lui Mihai pentru a merge trei zile în Neverland. **(10p)**

**b)** Fie  $a$  lei suma primită de Mihai de la părinții săi,  $b$  lei suma rămasă după prima zi petrecută în parc și  $c$  lei suma rămasă după a doua zi petrecută în parc. Avem  $c - 20 - (c - 20) : 2 - 20 = 2$  sau  $(c - 20) : 2 = 22$ , de unde obținem  $c = 64$  lei. De aici, rezultă că  $b - 20 - (b - 20) : 2 - 20 = 64$  sau  $(b - 20) : 2 = 84$ , deci  $b = 188$  lei. Prin urmare,  $a - 20 - (a - 20) : 2 - 20 = 188$  sau  $(a - 20) : 2 = 208$ , de unde rezultă că  $a = 436$  lei. **(10p)**

**7.** Alex scrie pe tablă, în ordine crescătoare, toate numerele naturale cu excepția celor care conțin cel puțin una dintre cifrele 0, 3, 6 sau 9. Astfel, primele zece numere scrise de Alex sunt: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 11, 12, 14 și 15.

**a)** Pe ce loc se află numărul 42 în șirul scris de Alex?

**b)** Care este numărul de pe locul 100 în șirul scris de Alex?

**Soluție. a)** Avem: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 41, **42** etc. Termenul 42 se află pe locul 20 în șirul considerat. **(10p)**

**b)** În șir sunt 6 numere de o cifră,  $6 \cdot 6 = 36$  de numere de două cifre și  $6 \cdot 6 = 36$  de numere de trei cifre, care au prima cifră 1. Numărul de pe locul 100, în șirul scris de Alex, va fi al douăzeci și doilea număr de trei cifre care începe cu cifra 2. Cum, în șir, numerele de trei cifre care încep cu cifra 2 sunt: 211, 212, 214, 215, 217, 218, 221, 222, 224, 225, 227, 228, 241, 242, 244, 245, 247, 248, 251, 251, 254, **255**, ... , rezultă că numărul de pe locul 100 în șirul scris de Alex este 255. **(10p)**

**Notă. Orice altă soluție corectă primește punctajul corespunzător.**