



LECȚIA 24

PROBLEME DE SINTEZĂ

CREOLA CARAS, BOGDAN MAXIM

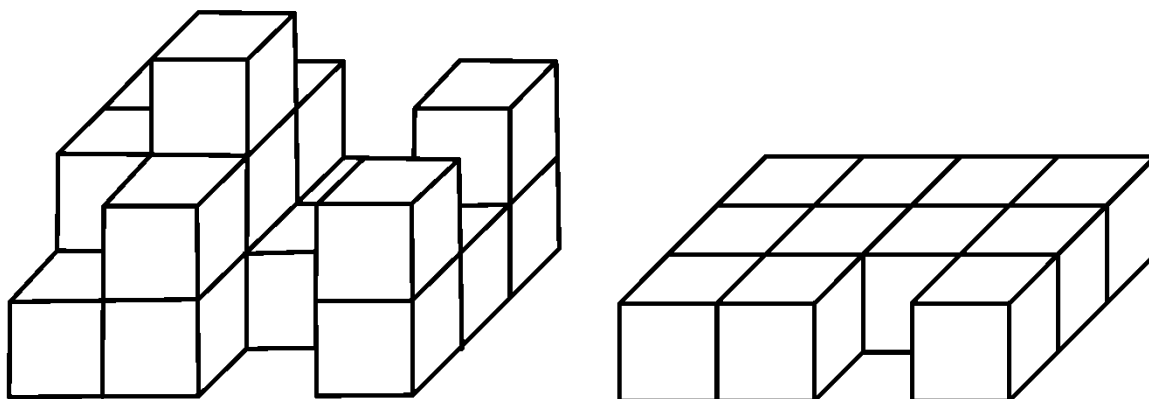
1. Reconstituiți următoarea adunare știind că se folosesc toate cifrele (de la 0 la 9) o singură dată:

$$\begin{array}{r} 3\Box\Box \\ \Box\Box\Box \\ \hline 0\Box \end{array} +$$

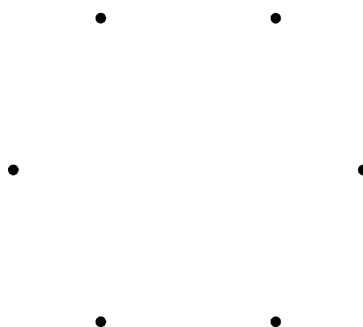
2. Folosind o singură dată fiecare dintre cele 4 semne $+$, $-$, \times , $:$ și eventual paranteze completați astfel încât să aibă loc egalitatea:

$$5\Box2\Box3\Box5\Box4 = 3$$

3. Se consideră piesa din figura de mai jos ce este alcătuită din cuburi identice lipite și alături de ea avem reprezentată partea de jos (primul strat al piesei). Putem privi piesa din toate direcțiile.
- (a) Din câte cuburi este formată piesa?
- (b) Câte fețe de cub pot fi vopsite?
- (c) Dacă presupunem că piesa este alcătuită din zaruri identice lipite (în formă de cuburi cu suma cifrelor de pe oricare două fețe opuse egală cu 7), care este suma minimă a numerelor înscrise pe fețele de cuburi ce pot fi vopsite?

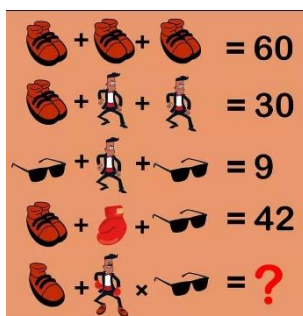


4. Ion și-a cumpărat un ceas nou care indică, fiind oprit, ora 12:00. El trebuie să fixeze ora corectă. Neștiind însă cât este ceasul îl pornește și în acel moment pleacă spre prietenul său Mihai, al cărui ceas indică în mod corect ora 09:10 la sosirea lui Ion. Ei doi au stat de vorbă și apoi Ion a plecat spre casa lui la ora 11:38 arătată de ceasul lui Mihai. Acesta ajunge acasă în clipa când ceasul lui nou și nefixat indică ora 20:22. Care este ora corectă la care Ion a ajuns acasă știind că el merge mereu la fel de repede?
5. Desenați 9 segmente pe desenul de mai jos fără a se forma niciun triunghi cu vârfurile în punctele indicate. Se pot desena 10 segmente fără a se forma triunghi? Justificați.





6. Într-un grup sunt patru copii: Andrei, Bogdan, Codrin și David. Unii dintre ei spun mereu adevărul și ceilalți mint mereu. Iată ce declară ei:
Andrei: Dintre mine și David unul spune adevărul și celălalt minte.
Bogdan: Codrin minte.
Codrin: Bogdan minte.
David: Măcar doi spun adevărul dintre noi patru.
Câți mincinoși sunt și cine pot fi ei?
7. Două trenuri pleacă unul spre celălalt din două localități diferite. Ele se întâlnesc după 4 ore de mers, la 10 km depărtare de jumătatea distanței dintre cele 2 localități. Să se afle cu ce viteză a mers fiecare, dacă distanța dintre cele două localități este de 620 km.
8. Din două localități diferite A și B situate la 108 km una de alta pornesc, deodată, unul spre celălalt un biciclist (din A) cu viteza de 18 km/oră și un tractorist (din B) cu viteza de 36 km/oră. După câte ore de mers și în ce loc s-au întâlnit a doua oară, dacă au avut de efectuat traseul dus-întors fără oprire ?
9. Doi bicicliști pornesc, în același moment, din două localități diferite. Ei propun să se întâlnească la jumătatea distanței dintre cele două localități. Primul mergând cu o viteză de 15 km pe oră ajunge la întâlnire cu 1 oră mai târziu decât al doilea care merge cu 20 km pe oră. Care este distanța dintre cele două localități ?
10. Distanța de 396 km dintre două porturi este parcursă de un vapor care merge în sensul curentului apei cu 44 km pe oră. La întoarcere, mergând în sens opus curentului apei, vaporul are viteza de 36 km pe oră.
- a) Cât timp i-a trebuit vaporului să parcurgă această distanță în sensul curentului apei ? Dar în sens opus ?
- b) Care este viteza vaporului într-o apă stătătoare ?
11. Un tren trece prin fața unui stâlp de telegraf în 9 secunde, iar printr-un tunel lung de 300 m în 15 secunde. Să se găsească lungimea și viteza trenului.
12. Dintr-o localitate pleacă un automobil cu o viteză de 60 km/oră. După 2 ore, din aceeași localitate, în aceeași direcție, pleacă un al doilea automobil cu o viteză de 70 km pe oră. După cât timp de la plecarea primului automobil, acesta este ajuns de al doilea automobil și la ce distanță de localitatea de plecare ?
13. Un automobil parcurge distanța de 345 km în 5 ore. Prima parte a drumului o parcurge cu viteza de 65 km pe oră, iar a doua parte cu viteza de 75 km pe oră. Ce distanță a parcurs cu prima viteză ? Dar cu a doua?
14. .



15. Într-o încăpere se află 6 elevi. Explicați de ce există mereu 3 din aceștia care sunt toți prieteni între ei sau care nu sunt prieteni niciunul cu altul.
16. Andra și Mihai construiesc un mod în care să secretizeze și să desecretizeze cuvinte folosind următoarele reguli:
- Se asociază fiecărei litere un număr (ca în tabelul de mai jos):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- Se adună la numerele din tabelul de mai sus un număr cuprins între 0 și 25. Din sumele care depășesc 26 se scade 26 astfel încât să lucrăm doar cu numere cuprinse între 0 și 25.



- Căutăm în tabelul inițial literele corespunzătoare sumelor obținute la pasul precedent și astfel vom obține cuvinte secretizate.

De exemplu, pentru cuvântul STEA avem șirul de numere:

S	T	E	A
18	19	4	0

Alegem să adunăm 10 la fiecare număr. Sumele obținute vor fi: $18+10=28$, $19+10=29$, $4+10=14$, $0+10=10$. Dintre acestea primele două depășesc 26, deci vom scădea din ele 26 și vom obține în final noul șir:

S	T	E	A
$28-26=2$	$29-26=3$	14	10

Așadar cuvântul STEA este secretizat prin șirul de litere CDOK.

Invers, dacă ne dorim să desecretizăm cuvântul CDOK vom scădea din numerele asociate literelor cuvântului secretizat 10. Dacă nu putem efectua scăderea adunăm la descăzut 26. Așadar CDOK are asociat șirul: 2,3,14,10. Din primele două numere nu putem scădea 10, deci le adunăm 26 și apoi facem scăderea. Ajungem la șirul de numere: $(2 + 26) - 10 = 28 - 10 = \mathbf{18}$, $(3 + 26) - 10 = \mathbf{19}$, $14 - 10 = \mathbf{4}$, $10 - 10 = \mathbf{0}$. Astfel ajungem din nou la cuvântul STEA.

Știind că folosim numărul 19 pentru secretizarea/desecretizarea cuvintelor rezolvați următoarele cerințe:

- a) Secretizați cuvântul ADMITERE.
- b) Desecretizați cuvântul VHIBE.



TEMA 23. RĂSPUNSURI ȘI SOLUȚII

1. $\overline{abcd} = a + b + c + d + 2007 \Leftrightarrow 111a + 11b + c = 223$
 $a = 2, b = 0, c = 1, d \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$

2. $n = \overline{abcd} \quad a + b + c + d = 34$

$a = 9 \Rightarrow b + c + d = 25$, iar nr. sunt 9988, 9898, 9889, 9799, 9979, 9997;

$a = 8 \Rightarrow b + c + d = 26$, iar nr. sunt 8998, 8899, 8989;

$a = 7 \Rightarrow b + c + d = 27 \Rightarrow 7999$, deci în total sunt 10 nr.

3. $d \in \{573, 586\}$.

4. $28 + 16 + a = a + 30 + c \Rightarrow c = 14$

$28 + 48 + 14 = 90$

$a = 90 - 28 - 16 = 46$

$b = 90 - 48 - 30 = 12$

$d = 90 - 30 - 16 = 44$

$e = 90 - 30 - 28 = 32$

Răspuns: $a = 46, b = 12, c = 14, d = 44, e = 32$

5. Formăm șirul resturilor și obținem 6,0,1,2,3,4,5,6,0,1,2,3,4,5,6,..... $144 - 1 = 143$, iar $143 : 7 = 20$ rest 3, deci avem 20 grupe complete de forma 0,1,...6 și încă 3 resturi, 0,1,2; deci cel mai mare dintre cele 144 numere

va da restul 2 când îl vom împărți la 7. 6. $n = 9 \cdot a + 7 \Rightarrow 10n = 90a + 70$ scăzând,
 $n = 5b + 2 \Rightarrow 9n = 45b + 18$

$n = 45(2a - b) + 52 = 45(2a - b + 1) + 7$, iar restul va fi 7. 7. Al doilea, deoarece trebuie să ia mereu un număr care reprezintă diferența dintre 23 și numărul luat de primul jucător ($6 + 17 = 23$; $2006 : 23 = 87$, rest 5; 87 (extragerile unui elev) + 87 (extragerile celui alt elev) = 174 , adică numărul de extrageri). Primul elev nu are voie să ia ultimele 5 piese. 8. Notăm: l - lățimea dreptunghiului, L - lungimea dreptunghiului. Din $l + 120 = L$ și $2 \cdot (l - 120) = L \Rightarrow l = 360$ m, $L = 480$ m, iar perimetrul are 1680 m. $1680 : 4 = 420$ Răspuns: 420

de stâlpi 9. a) 37,39,71. b) Numere de o cifră - 4; Numere de 2 cifre - $4 \times 4 = 16$; Numere de 3 cifre - $4 \times 4 \times 4 = 64$; Numere de 4 cifre - $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$; Numere de 5 cifre - $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$; total 1364 . c) Pe locul 1364 este nr. 99999 , iar pe cel anterior, al 1363 -lea, va fi 99997 . 10. $bff bff bff \dots bffb$ Fie n numărul grupelor de forma bff , $x =$ număr băieți și $y =$ număr fete. Evident, $x = n + 1, y = 2n$. Cum

$y = 9 + x \Rightarrow 2n = 9 + n + 1 \Rightarrow n = 10, x = 11, y = 20$. Deci sunt 11 băieți în rând. 11. 8 bucăți. 12. a) 476. b) 80 numere. c) $89674 - 2101 = 87573$. 13. Numărul de copii din clasă este mai mare sau egal cu 31 și mai mic sau egal cu 38 (deoarece $19 \times 2 = 38$). Din relațiile existente între fete și băieți, grupa cu numărul minim de copii este formată din 5 elevi (3 fete și 2 băieți). Singurul număr de la 31 la 38, care se împarte exact la 5 este 35. Răspuns: 35 de elevi. 14. Fie m, t vârstele părinților și $a, a + 2, a + 4$ vârstele copiilor.

$m + t + 3a + 6 = 82$
 $t - (a + 2) = 13 \cdot 2 \Rightarrow t = a + 28, m = a + 28$

Înlocuind în prima relație, obținem $a = 4, a + 2 = 6, a + 4 = 8, t = m = 32$.

15. După prima minciună, lungimea nasului este de 25 cm ($3 \times 6 + 7 = 25$).

După a doua, 82 cm ($25 \times 3 + 7 = 82$).

După a treia, 253 cm ($82 \times 3 + 7 = 253$).

După a patra, 766 cm ($253 \times 3 + 7 = 766$).

Răspuns: 4 minciuni