



LECȚIA 21

PROBLEME DE SINTEZĂ

CODRIN PRECUPANU, GABRIELA VÎLCU

1. Comparați numerele: $a = 100 \cdot (1 + 2 + \dots + 101)$, $b = 102 \cdot (1 + 2 + \dots + 100)$.
2. Calculați suma: $S = 9 + 99 + 999 + \underbrace{99 \dots 9}_{1996 \text{ cifre}}$.
3. Ana culege o găleată cu cireșe în 40 de minute, iar Maria culege o găleată cu cireșe în 2 ore. În cât timp vor culege împreună 3 găleți cu cireșe?
4. 10 muncitori termină o lucrare în 6 zile. În câte zile vor termina lucrarea 12 muncitori?
5. Patru frați au hotărât să împartă timbrele pe care le au astfel: primul să primească $\frac{3}{10}$ din numărul total și încă $\frac{1}{7}$ din rest, al doilea $\frac{3}{8}$ din ceea ce a rămas după primul și $\frac{1}{5}$ din rest, al treilea $\frac{5}{12}$ din ceea ce a rămas după al doilea și $\frac{1}{7}$ din noul rest, iar al patrulea restul de 30 de timbre. Câte timbre au fost în total și câte a primit fiecare frate?
6. Avem 30 de grinzi de 3, respectiv 4 m, a căror sumă a lungimilor este de 100 m. Cu câte tăieturi se pot realiza din aceste grinzi, butuci cu lungimea de 1 m?
7. Câtul a două numere naturale este 6 și restul 7. La numărul mai mic se adună 2 și se împarte din nou numărul mai mare la acest număr, rezultând câtul 5 și restul 17. Aflați cele două numere.
8. La un magazin s-au adus 223 litri de apă îmbuteliată în recipiente de 10 litri și de 17 litri. Aflați câte recipiente de fiecare fel au fost aduse.
9. Cristian a cumpărat cu 281 lei 15 caiete de trei feluri: de 10 lei, de 15 lei și de 47 lei. Câte caiete de fiecare fel a cumpărat, știind că cele de 10 lei erau de 2 ori mai multe decât cele de 15 lei?
10. Echipa de fotbal Politehnica a jucat într-un turneu, 8 meciuri, înscriind în fiecare dintre cele 8 partide câte 1,2,3,4,5,6,7, respectiv 8 goluri. Politehnica a pierdut patru dintre meciuri la exact un gol diferență și le-a câștigat pe celelalte patru. În fiecare dintre meciurile câștigate, Politehnica a înscris de două ori mai multe goluri decât echipa învinsă. Aflați numărul total de goluri primite de echipa Politehnica în turneu.
11. Fermierul Petru are 3 găște și 36 găini. El calculează că, pe timpul iernii, o găscă comună consumă cât 3 găini și hrana cumpărată ar ajunge pentru 60 zile. Fiindcă se apropie iarna, el decide să vândă găștele. Pentru câte zile va avea, astfel, hrană?
12. Legenda ne povestește despre cei 7 fii ai Vrâncioaiei care au luptat alături de Ștefan cel Mare. La nașterea celui de-al șaselea fecior, vârsta mamei era de 7 ori mai mare decât vârsta celui de-al treilea fiu. Vârstele fiilor sunt reprezentate de numere consecutive pare. Câți ani avea fiecare dintre feciori și câți ani avea pe atunci Vrâncioaia?
13. Aflați câți elevi au participat la un concurs de matematică, știind că dacă formăm perechi alcătuite dintr-un băiat și o fată rămân 10 fete fără pereche, iar dacă formăm grupe de câte 3 fete și un băiat, rămân 6 băieți.
14. Dacă elevii unei clase ar fi așezați câte 2 în bancă, ar mai fi necesare 5 bănci, iar dacă ar fi așezați câte 3 în bancă, ar mai rămâne 3 bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?
15. Doi bicicliști se află la o distanță de 180 km unul de celălalt. O albină zboară de la un biciclist la celălalt, cu viteza de 40 km pe oră, până când aceștia se întâlnesc. Dacă fiecare biciclist merge cu viteza de 30 km pe oră, ce distanță parcurge albina?



-
16. Un elev are la matematică patru note care reprezintă patru numere naturale impare consecutive, cu proprietatea că dacă le adunăm cu dublul sumei lor obținem 72. Care sunt notele pe care le are elevul la matematică?
 17. Determinați numerele naturale nenule care împărțite la 6 dau câtul x și restul y , iar împărțite la 11 dau câtul y și restul x .
 18. Folosiți de 7 ori cifra 7 și diferite operații aritmetice pentru a obține numărul 100.
 19. Care este cel mai mic număr natural de forma $2015 a_1 a_2 a_3 \dots a_n 2015$ care are suma cifrelor egală cu 2016?



TEMA 21

1. Pentru paginarea unei cărți s-au folosit de 1212 ori cifrele cu care se scriu numerele naturale în sistemul zecimal. Câte pagini are cartea?
2. Câte numere naturale dau câtul 10 la împărțirea cu 1995? Aflați suma acestor numere.
3. Completați cele nouă căsuțe cu numerele: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, astfel încât produsele numerelor pe fiecare linie, coloană și diagonală să fie egale.

4. O persoană se angajează la o lucrare în străinătate astfel: pentru fiecare zi lucrată va primi 5 euro, pentru fiecare zi absentată va plăti 20 de euro. După 30 de zile a constatat că nu a câștigat nici 1 euro, dar nici nu este dator. Câte zile a lucrat această persoană?
5. Un fermier are 5 vaci, care, timp de 30 de zile, consuma 1800 kg de furaj. Cât furaj consumă 12 vaci în 18 zile, dacă rația (porția) unei vaci pe zi rămâne aceeași?
6. În anul 1995, trei duminici ale lunii aprilie au căzut în zile fără soț. Aflați în ce zi a săptămânii a fost a noua zi a respectivei luni.
7. Cu cifrele de la 2 la 7, fiecare folosită o singură dată, se pot forma două numere de trei cifre. Care este cea mai mare diferență dintre două astfel de numere?
8. Aflați câte numere de forma $\overline{a5b}$ au exact două cifre egale.
9. Într-o tabără, dacă se cazează câte trei copii într-o cameră, rămân patru camere libere, iar o cameră este ocupată cu doar doi copii. Atunci când în tabără mai vin încă 54 de copii, directorul le face loc așezând într-o cameră cinci copii și în toate celelalte camere câte patru copii. Aflați câte camere pentru cazarea copiilor are tabăra.
10. Sora lui Andrei s-a născut în secolul 21. Numărul format din ultimele două cifre ale anului de naștere este de trei ori mai mare decât numărul lunii, iar numărul lunii este de patru ori mai mare decât numărul zilei de naștere. Când s-a născut sora lui Andrei?
11. Ilie și Maria iau pe rând bomboane dintr-o cutie. Ilie ia o bomboană, Maria ia două bomboane, Ilie ia trei bomboane, apoi Maria ia patru și așa mai departe. Când numărul bomboanelor din cutie este mai mic sau egal decât cel necesar, atunci cel căruia îi vine rândul ia toate bomboanele. Câte bomboane au fost la început, dacă Ilie a luat în total 101 bomboane?
12. Extraterestrii de pe o navă spațială sunt de trei culori: galbeni, verzi și roșii. Extraterestrii galbeni au câte două antene, cei verzi au câte trei antene, iar cei roșii au câte patru antene. Extraterestrii verzi sunt de patru ori mai mulți decât cei galbeni și cu cinci mai puțini decât cei roșii. Știind că toți extraterestrii au împreună 200 de antene, aflați câți extraterestrii sunt pe navă.



13. Unui număr de trei cifre i se schimbă primele două cifre între ele. Numărul obținut se adună cu numărul inițial și se obține rezultatul 1666. Aflați toate numerele cu această proprietate.
14. Un număr natural se numește „**prieten cu 11**” dacă este format cu cifre distincte a căror sumă este 11. Aflați diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr „**prieten cu 11**”.
15. Împărțind triplul lui n la 2 obținem câtul $n+1$ și restul 1, împărțind a la b obținem câtul n și restul 1, împărțind b la c , obținem câtul n și restul 2, împărțind c la d obținem câtul n și restul 3.
- Aflați numărul n .
 - Aflați restul împărțirii lui $(a+b+c)$ la n .
 - Aflați restul împărțirii lui $(a+b+c+d)$ la $n+1$.

TEMA 20. RĂSPUNSURI ȘI SOLUȚII

1. 30 cm, 32 cm, 34 cm. 2. 16 m. 3. 2700 cm. 4. Câte 1 în fiecare colț și pe fiecare latură câte alte 4 scaune. 5. 72 m. 6. 80 m; 130 m. 7. 2736. 8. 15 pomi. 9. 1440. 10. 16080 lei. 11. 17600. 12. 9, 36. 13. 6 cm. 14. Victor. 15. 20 felinare.